2.8 a.

$$\begin{matrix} 2&3&4\\ 3&4&5\\ 4&5&6 \end{matrix}$$

$2\cdot4\cdot6+3\cdot4\cdot5+3\cdot4\cdot5-4^3-2\cdot5^2-6\cdot3^2=48+120-64-50-54=168-168=0$

Ответ: no inverse.

Верно

b.
$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} 1&0&1&0&1&0&0&0\\ 0&1&1&0&0&1&0&0\\ 1&1&0&1&0&0&1&0\\ 1&1&1&0&0&0&0&1 \end{array}\right]\begin{matrix} \\ \\ -R_1-R_2\\ -R_3 \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{array}{cccc|cccc} 1&0&1&0&1&0&0&0\\ 0&1&1&0&0&1&0&0\\ 0&0&-2&1&-1&-1&1&0\\ 0&0&1&-1&0&0&-1&1 \end{array}\begin{matrix} \\ \\ \\ +\frac{1}{2}R_3 \end{matrix} \rightsquigarrow$$

$$\rightsquigarrow \begin{array}{cccc|cccc} 1&0&1&0&1&0&0&0\\ 0&1&1&0&0&1&0&0\\ 0&0&-2&1&-1&-1&1&0\\ 0&0&0&-\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&-\frac{1}{2}&1 \end{array}\begin{matrix} \\ \\ +2R_4,\ :-2\\ \times -2 \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{array}{cccc|cccc} 1&0&1&0&1&0&0&0\\ 0&1&1&0&0&1&0&0\\ 0&0&1&0&1&1&0&-1\\ 0&0&0&1&1&1&1&-2 \end{array}\begin{matrix} -R_3\\ -R_3\\ \\ \\ \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{array}{cccc|cccc} 1&0&0&0&0&-1&0&1\\ 0&1&0&0&-1&0&0&1\\ 0&0&1&0&1&1&0&-1\\ 0&0&0&1&1&1&1&-2 \end{array}$$

A^{-1}

Ответ: Yes, possible

Верно!

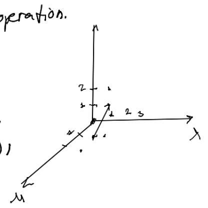
2.9. Subspace of R^3?

a) $A=\{(\lambda, \lambda+\mu^3, \lambda-\mu^3) \mid \lambda,\mu\in R\}$

R^3 - vector space.

Subspace if:

1. $U\neq\emptyset$
2. Closure. for outer, inner operation.



a) $A\neq\emptyset$

closure for inner, +:

$x,y\in A$

$x+y=(\lambda_x+\lambda_y,\ \lambda_x+\lambda_y+\mu_x^3+\mu_y^3,\ \lambda_x+\lambda_y-\mu_x^3-\mu_y^3)\in R^3$

closure for outer:

$\gamma x=(\gamma\lambda,\ \gamma\lambda+\gamma\mu^3,\ \gamma\lambda-\gamma\mu^3)\in R^3$

Ответ: Yes

b) $B=\{(\lambda^2,-\lambda^2,0)\mid\lambda\in R\}$

- $\{0\}\in B$: $\lambda=0$: $(0,0,0)$
- closure for inner: $x,y\in B$: $x+y=(\lambda_1^2+\lambda_2^2, -\lambda_1^2-\lambda_2^2, 0)\in R^3$
- closure for outer: $\gamma\in R$

$\gamma x=(\gamma\lambda^2,-\gamma\lambda^2,0)\notin R^2$:

$-1(1^2,-1^2,0)=(-1,1,0)\notin B$

Ошибка сначала!

Ответ: Нет

c) $\exists\,\gamma\in R$

$C=\{(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\in R^3 \mid \xi_1-2\xi_2+3\xi_3=\gamma\}$

- Нулевой? $\{0\}\in C$: $(0,0,0)$: $0-2\cdot0+3\cdot0=0\in R$
- Inner closure: $x+y\in C$?

$\xi_{1,1}+\xi_{1,2}-2(\xi_{2,1}+\xi_{2,2})+3(\xi_{3,1}-\xi_{3,2})=\gamma$? Да

- Outer: $\lambda x\in C$?

$\lambda(\xi_1-2\xi_2+3\xi_3)=\gamma$

$\xi_1-2\xi_2+3\xi_3=\frac{\gamma}{\lambda}\in R$

Ответ: Да / Неверно

$Ax=\gamma$, $A=[1,-2,3]$, $x=\vec{0}\in C$ $\boxed{\text{if } \gamma=0}$

Ответ: Да, если $\gamma=0$

d) $D=\{(\xi_1,\xi_2,\xi_3)\in R^3 \mid \xi_2\in\mathbb{Z}\}$

- Нулевой? Да, $0\in R^3$, $0\in\mathbb{Z}$
- Inner closure? Да
- Outer? $\boxed{\text{Нет}}$ $\lambda\in R$. $\lambda\xi_2\in R,\notin Z$

Верно

$\boxed{2.10}$

a)
$$\begin{matrix} 2&1&3\\ -1&1&-3\\ 3&-2&8 \end{matrix}\begin{matrix} \\ +\frac{1}{2}R_1\\ +3R_2 \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} 2&1&3\\ 0&\frac{3}{2}&-\frac{3}{2}\\ 0&1&-1 \end{matrix}\begin{matrix} \\ \\ -\frac{2}{3}R_2 \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} 2&1&3\\ 0&3/2&-3/2\\ 0&0&0 \end{matrix}$$

Ответ: Dependent Верно

b)
$$\begin{matrix} 1&1&1\\ 2&1&0\\ 1&0&0\\ 0&1&1\\ 0&1&1 \end{matrix}\begin{matrix} \\ -2R_1\\ -R_1\\ \\ -R_4 \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} 1&1&1\\ 0&-1&-2\\ 0&-1&-1\\ 0&1&1\\ 0&0&0 \end{matrix}\begin{matrix} \\ \\ -R_2\\ +R_3\\ \\ \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} 1&1&1\\ 0&-1&-2\\ 0&0&1\\ 0&0&0\\ 0&0&0 \end{matrix}$$

Ответ: Independent Верно.

$\boxed{2.11}$

$$\lambda_1\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}+\lambda_2\begin{bmatrix}1\\2\\3\end{bmatrix}+\lambda_3\begin{bmatrix}2\\-1\\1\end{bmatrix}=\begin{matrix}1\\-2\\5\end{matrix}$$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1&1&2&1\\ 1&2&-1&-2\\ 1&3&1&5 \end{array}\right]\begin{matrix} \\ -R_1\\ -R_2 \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{array}{ccc|c} 1&1&2&1\\ 0&1&-3&-3\\ 0&1&2&7 \end{array}\begin{matrix} \\ \\ -R_2 \end{matrix} \rightarrow \begin{array}{ccc|c} 1&1&2&1\\ 0&1&-3&-3\\ 0&0&5&10 \end{array}$$

$\lambda_3=2$

$\lambda_2=3$

$\lambda_1=1-4-3=-6$

Ответ: $-6x_1+3x_2+2x_3=y$

Верно

$\boxed{2.12}$ Basis of U_1:

$$\begin{matrix} x_1&x_2&x_3\\ 1&2&-1\\ 1&-1&1\\ -3&0&-1\\ 1&-1&1 \end{matrix}\begin{matrix} \\ \\ -R_1\\ +3R_2\\ -R_2 \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} 1&2&-1\\ 0&-3&2\\ 0&-3&2\\ 0&0&0 \end{matrix}\begin{matrix} \\ \\ -R_2\\ \\ \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} x_1&x_2&x_3\\ 1&2&-1\\ 0&-3&2\\ 0&0&0\\ 0&0&0 \end{matrix}$$

$\alpha_1\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}+\alpha_2\begin{bmatrix}2\\-3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\2\end{bmatrix}$

$\frac{1}{3}$ $-\frac{2}{3}$

Basis: (x_1,x_2) or (x_1,x_3)

Basis of U_2:

$$\begin{matrix} -1&2&-3\\ -2&-2&6\\ 2&0&-2\\ 1&0&-1 \end{matrix}\begin{matrix} \\ -2R_1\\ +R_2\\ -\frac{1}{2}R_3 \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} -1&2&-3\\ 0&-6&12\\ 0&-2&4\\ 0&0&0 \end{matrix}\begin{matrix} \\ \cdot(-1/6)\\ -\frac{1}{3}R_2\\ \\ \end{matrix} \rightsquigarrow \begin{matrix} -1&2&-3\\ 0&1&-2\\ 0&0&0\\ 0&0&0 \end{matrix}$$

(x_1,x_2) or (x_1,x_3)

$$\begin{bmatrix} 1&2\\ 0&-3 \end{bmatrix}\begin{matrix} 0&0\\ 0&0 \end{matrix}$$ базис U_1? $\alpha_1\begin{bmatrix}1\\0\\0\\0\end{bmatrix}+\alpha_2\begin{bmatrix}2\\-3\\0\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\1\\-3\\1\end{bmatrix}$ Нет.

x_1, x_2 базис

Basis of $U_1\cap U_2$

$U_1\cap U_2=\text{span}[\text{basis } U_1\cap U_2]$

базис $U_1\cap U_2$ = базис всех общих векторов, т.е.

$$\alpha_{1,1}x_{1,1}+\alpha_{1,2}x_{1,2}=\alpha_{2,1}x_{2,1}+\alpha_{2,2}x_{2,2}$$

$$\Rightarrow\ \alpha_{1,1}x_{1,1}+\alpha_{1,2}x_{1,2}-\alpha_{2,1}x_{2,1}-\alpha_{2,2}x_{2,2}=0\ \text{(I)}$$

$$\begin{matrix} 1&0\\ 0&1\\ 0&0 \end{matrix} \xrightarrow{u} \begin{matrix} 0&0\\ 1&0\\ 0&1 \end{matrix} \qquad \begin{matrix} 1&0&0&0\\ 0&1&1&0\\ 0&0&0&1 \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} 1&0&0\\ 0&1&0\\ 0&0&1 \end{matrix}$$

базис?

нет

базис $U_1\cup U_2$ объединение!

$\text{span}\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$ — ответ

$U_1\cap U_2 =\ x=[\alpha_{1,1}x_{1,1}+\alpha_{1,2}x_{1,2}]\wedge\text{(I)}$

?

$\boxed{2.13}$ $U_1=\{x: A_1x=0,\ A_1=\begin{bmatrix}1&0&1\\1&-2&-1\\2&1&3\\1&0&1\end{bmatrix}\}$

$U_2=\{x: \begin{bmatrix}3&-3&0\\1&2&3\\7&-5&2\\3&-1&2\end{bmatrix}x=0\}$

A_2

a) $\dim(U_1)$ - ?

$\dim(U_2)$ - ?

$\dim(U_1)$ - кол. век. в базисе.

$x=\alpha_1\vec{b}_1+\alpha_2\vec{b}_2+\ldots+\alpha_n\vec{b}_n=B_1\begin{bmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\alpha_3\end{bmatrix}$

$A_1B_1\begin{bmatrix}\alpha_1\\\alpha_2\\\alpha_3\end{bmatrix}=0$